

624.07
Г-62

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИРОДООБУСТРОЙСТВА



**РАСЧЕТ БАЛОК НА УПРУГОМ
ОСНОВАНИИ
С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭВМ**

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

624.07
Г-62

КОНТРОЛЬНЫЙ ЛИСТОК
СРОКОВ ВОЗВРАТА
КНИГА ДОЛЖНА БЫТЬ
ВОЗВРАЩЕНА НЕ ПОЗДНЕЕ
УКАЗАННОГО СРОКА

Колич. пред. выдач.

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИРОДООБУСТРОЙСТВА

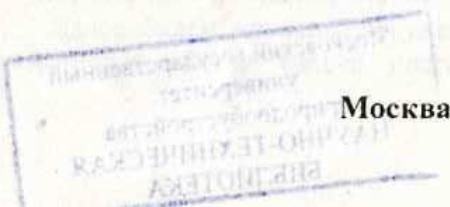
Кафедра строительной механики

РАСЧЕТ БАЛОК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭВМ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

(3-е изд., дополненное)

Рекомендовано
Методической комиссией
факультета природообустройства
и водопользования



Москва 2010



УДК 531.01

Рецензенты:

М.И. Васильев,
доцент, кандидат технических наук
(Московский государственный университет леса)

П.Ф. Сабодаши,
профессор, доктор технических наук
(Московский государственный университет природообустройства)

Составитель: Голышев А.И.

Расчет балок на упругом основании с применением ЭВМ. Учебно-методическое пособие. 3-е изд., дополненное. – М.: МГУП, 2010. – 41 с.

Учебно-методическое пособие подготовлено в соответствии с программами курсов «Сопротивление материалов» и «Строительная механика» и содержит теорию расчета балок, лежащих на упругом винклеровском основании.

Запись уравнений в матричной форме позволила разработать достаточно простой алгоритм расчета и программу для расчета балок конечной длины на ЭВМ. Особенностью программы является наличие блока тестирования знаний студентов.

По сравнению с первым изданием во втором разработан один пример, а также добавлены условия домашних заданий для студентов эколого-мелиоративного и строительного факультетов.

Табл. 8. Ил. 33. Библиогр.: назв. 4.

© Голышев А.И., 2010
© Московский государственный
университет природообустройства, 2010.

БИ

Московский государственный
университет
природообустройства
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА

ВВЕДЕНИЕ

В практике строительства часто встречаются сооружения и элементы конструкций (ленточные фундаменты, наземные, подземные, плавающие трубопроводы и т.п.), для которых в качестве расчетной схемы можно принять балку, лежащую на упругом основании (рис.1). Для этой схемы характерным является то, что при действии активных сосредоточенных нагрузок (F , M) и распределенных нагрузок (q) со стороны упругого основания на балку начинает действовать распределенная нагрузка $r(z)$ – реактивное сопротивление грунта.

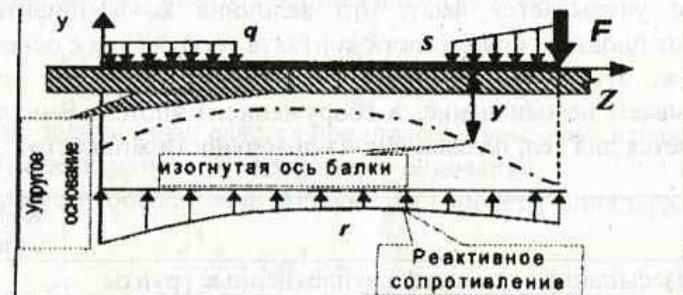


Рис. 1. Схема балки на упругом основании

ГИПОТЕЗА ВИНКЛЕРА. ЕЕ ДОСТОИНСТВА И НЕДОСТАТКИ

Как показывает опыт, реактивное сопротивление грунта $r(z)$ зависит от прогиба балки $y(z)$. Были предложены различные зависимости между ними. Нередко используется простейшая из них – гипотеза Винклера, согласно которой сопротивление основания пропорционально осадке сооружения

$$r(z) = -kby(z), \quad (1)$$

где b – ширина балки, k – коэффициент постели (коэффициент упругого основания). Знак минус означает, что прогиб и реактивная нагрузка направлены в разные стороны. Коэффициент постели измеряется в $\text{Н}/\text{м}^3$. Значения k для различных грунтов представлены в Табл.1 (см. работы В.А. Киселев [1] и С.В. Виноградов [2]).

С учетом (1) введем понятие суммарной распределенной нагрузки $p(z)$, интенсивность которой равна

$$p(z) = q(z) + r(z) = q(z) - kby(z). \quad (2)$$

Далее будем опускать аргумент z функций p , q и y , и будем рассматривать балки только постоянной жесткости, а грунтовые

условия по длине балки будем считать неизменными.

Главным достоинством гипотезы Винклера является простота и возможность получения решения задачи об изгибе балки на упругом основании в замкнутом виде, которое в некоторых случаях хорошо согласуется с опытом. Однако она имеет и недостатки, например:

1. Предположение о том, что грунт одинаково работает на растяжение и сжатие, не соответствует действительности.

2. Гипотеза не учитывает формирование понижения поверхности основания в окрестности крупных сооружений.

3. Не учитывается факт, что величина коэффициента постели зависит от площади поверхности контакта сооружения с основанием.

Что ж, это плата за простоту решения, в конце концов, мы рассчитываем не основание, а сооружение. Гипотеза Винклера точно выполняется для тел, плавающих на поверхности жидкости.

Таблица 1

Грунт	Коэффициент постели, МН/м ³
1. Свежезасыпанные, рыхлые, неуплотненные грунты	3 – 6
2. Слежавшиеся и естественно уплотненные грунты	8 – 12
3. Засыпка с нормальным ручным уплотнением	20 – 40
4. Засыпка с механическим уплотнением, плотные грунты	50 – 80
5. Весьма плотные грунты, твердая глина	100 – 200
6. Грунт твердый – известняк, песчаник, мергель	200 – 1000
7. Грунт скалистый – твердая хорошая скала	1000 – 15000
8. Искусственное свайное основание	50 – 150

2. ВЫВОД ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ИЗГИБА

Используем известные из теории изгиба балок соотношения:

$$\frac{d^2 M}{dz^2} = p; \quad (3)$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{M}{EJ}, \quad (4)$$

где $p = q + r$ – интенсивность суммарной распределенной нагрузки.

Для согласования знаков в этих формулах ось z направляем вдоль оси балки направо, ось y – вверх; изгибающие моменты считаем

положительными, если они растягивают нижние волокна. Положительные нагрузки направлены вверх, а внешние моменты – по часовой стрелке.

Для получения уравнения прогибов продифференцируем выражение (4) два раза по z :

$$EJ \frac{d^4 y}{dz^4} = \frac{d^2 M}{dz^2}.$$

В полученное выражение подставим соотношение (3):

$$EJ \frac{d^4 y}{dz^4} = q + r \text{ или } \frac{d^4 y}{dz^4} - \frac{r}{EJ} = \frac{q}{EJ}. \quad (5)$$

Решение задачи определяется предположением относительно закона изменения реактивного сопротивления основания.

Преобразуем соотношение (5) с учетом гипотезы Винклера (1)

$$\frac{d^4 y}{dz^4} + 4m^4 y = \frac{q}{EJ}, \quad (6)$$

здесь $m = \sqrt{\frac{kb}{4EJ}}$. Для получения уравнения изгибающих моментов продифференцируем соотношение (3) два раза по z и учтем гипотезу Винклера (1)

$$\frac{d^4 M}{dz^4} = \frac{d^2 p}{dz^2} = \frac{d^2 q}{dz^2} - kb \frac{d^2 y}{dz^2} \quad (7)$$

и подставим вместо второй производной прогиба ее выражение (4)

$$\frac{d^4 M}{dz^4} + 4m^4 M = \frac{d^2 q}{dz^2}. \quad (8)$$

Далее ограничимся случаем линейного изменения нагрузки по длине $q'' = 0$. Тогда выражение (8) примет вид

$$\frac{d^4 M}{dz^4} + 4m^4 M = 0. \quad (9)$$

Далее займемся решением именно этого уравнения, так как, зная $M(z)$, с учетом (1) и (3) легко получить решения относительно прогиба

$$y = \frac{1}{kb} [q(z) - p(z)]. \quad (10)$$

3. РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ БЕСКОНЕЧНОЙ И ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ БАЛКИ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

Общее решение уравнения (9) имеет вид

$$M(z) = K_1 e^{mz} \sin mz + K_2 e^{mz} \cos mz + K_3 e^{-mz} \sin mz + K_4 e^{-mz} \cos mz. \quad (11)$$

Для бесконечной или полубесконечной балки из условий затухания возмущений (M , Q , p и p') на бесконечности (при $z \rightarrow \infty$) следует положить $K_1 = K_2 = 0$. Тогда выражение (11) примет вид

$$M(z) = K_3 e^{-mz} \sin mz + K_4 e^{-mz} \cos mz. \quad (12)$$

Константы K_3 и K_4 обычно определяются из начальных условий (при $z=0$).

ПРИМЕР №1. Для полубесконечной балки, изображенной на рис.2, определить константы интегрирования [уравнение (12)] и получить выражения для M , Q , p и p' .

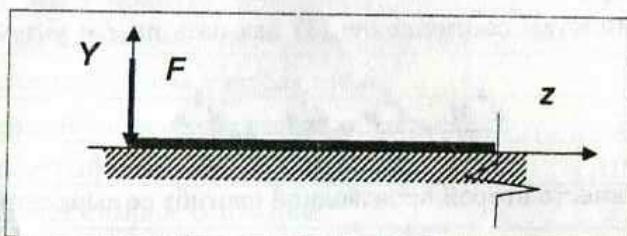


Рис.2. Условие примера 1

Из условий статики при $z = 0$:

$$1) M = 0;$$

$$2) Q = \frac{dM}{dz} = -F.$$

Тогда $M(0) = K_4 = 0$, а $Q = \frac{dM}{dz} = K_3(-me^{-mz} \sin mz + me^{-mz} \cos mz)$.

При $z = 0$ имеем: $Q = mK_3 = -F$ или $K_3 = -m^{-1}F$. Окончательно выражения для M , Q , p , p' примут вид:

$$M = -\frac{F}{m} e^{-mz} \sin mz;$$

$$Q = \frac{dM}{dz} = Fe^{-mz} (\sin mz - \cos mz);$$

$$p = \frac{dQ}{dz} = -kby = -2Fme^{-mz} \cos mz;$$

$$p' = \frac{dp}{dz} = -kby' = 2Fme^{-mz} (\cos mz + \sin mz).$$

Задача 1 Составить начальные условия, получить уравнение изгибающих моментов для бесконечной балки на упругом основании, загруженной силой (рис. 3). Указание: рассмотреть правую половину балки, разделив ее по точке приложения силы; учесть плавность и симметрию изогнутой оси, разделив силу поровну между левой и правой половинами; начало координат поместить в точке приложения силы.

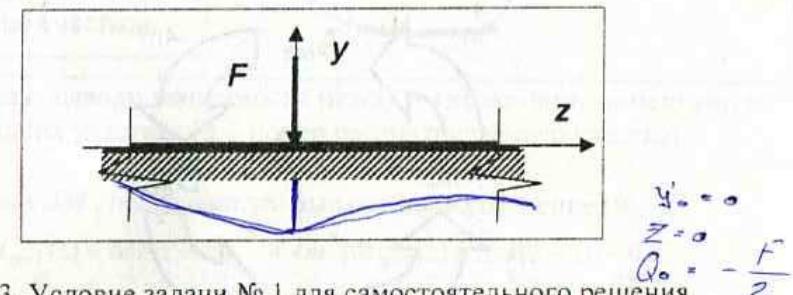


Рис.3. Условие задачи № 1 для самостоятельного решения

4. РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ БАЛОК КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

4.1. Функции А.Н. Крылова

При расчете балок конечной длины вместо решения (11) удобнее использовать выражение, выраженное через функции А.Н.Крылова

$$M = T_1 A_{mz} + T_2 B_{mz} + T_3 C_{mz} + T_4 D_{mz}, \quad (13)$$

где T_i – константы, определяемые из граничных условий.

Функции А.Н. Крылова являются комбинациями гиперболических и тригонометрических функций:

$$\begin{aligned} A_{mz} &= \operatorname{ch} mz \cos mz; \\ B_{mz} &= 0,5 (\operatorname{ch} mz \sin mz + \operatorname{sh} mz \cos mz); \\ C_{mz} &= 0,5 \operatorname{sh} mz \sin mz; \\ D_{mz} &= 0,25 (\operatorname{ch} mz \sin mz - \operatorname{sh} mz \cos mz). \end{aligned} \quad (14)$$

Напомним, что $\operatorname{ch} mz = 0,5(e^{mz} + e^{-mz})$ и $\operatorname{sh} mz = 0,5(e^{mz} - e^{-mz})$.

4.2. Свойства функций А.Н. Крылова

1. При $z = 0$ имеем: $A_0 = 1; B_0 = C_0 = D_0 = 0$. (15)
2. При дифференцировании они переходят друг в друга. Например:

$$\begin{aligned} A'_{mz} &= \frac{d}{dz} (\operatorname{ch} mz \cos mz) = m \operatorname{sh} mz \cos mz - m \operatorname{ch} mz \sin mz = \\ &= 4 \times 0,25m[-(\operatorname{ch} mz \sin mz - \operatorname{sh} mz \cos mz)] = -4mD_{mz}. \end{aligned} \quad (16)$$

Поступив аналогичным способом, получим

$$B'_{mz} = mA_{mz}; \quad C'_{mz} = mB_{mz}; \quad D'_{mz} = mA_{mz}; \quad (17)$$

Это свойство изображают в виде круговой мнемонической диаграммы:

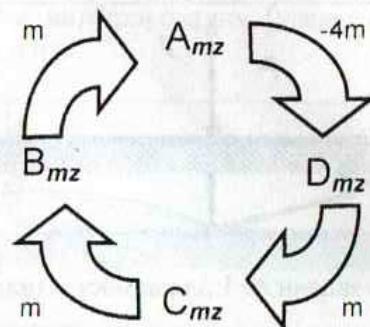


Рис. 4. Дифференциальная зависимость между функциями Крылова (стрелка означает операцию дифференцирования по z).

4.3. Метод начальных параметров

Установим зависимость между изгибающими моментами на соседних участках (рис. 5), граница между которыми имеет координату $z=a$, считая в пределах участка функции M, Q, p, p' непрерывными.

С этой целью введем функцию ΔM – невязку, равную разности между подлежащим определению выражением изгибающего момента на n -ом участке $M_n(z)$ и считающимся известным выражением изгибающего момента $M_{n-1}(z)$ на предыдущем ($n-1$) – ом участке:

$$\Delta M(z-a) = M_n(z) - M_{n-1}(z).$$

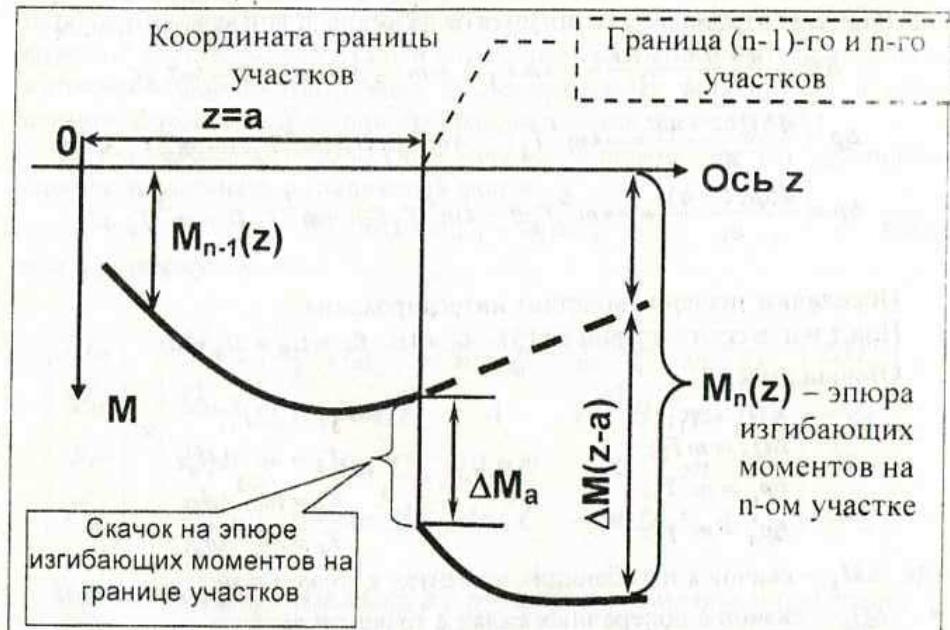


Рис.5. Схема к выводу зависимости между изгибающими моментами на соседних участках (n – номер рассматриваемого участка)

Определим ΔM , подставив это выражение в уравнение (9)

$$[M_{n-1}(z) + \Delta M(z-a)]^{IV} + 4m^4 [M_{n-1}(z) + \Delta M(z-a)] = 0.$$

Взяв производную, раскрыв скобки и группируя члены, получим

$$[M_{n-1}(z)]^{IV} + 4m^4 M_{n-1}(z) + [\Delta M(z-a)]^{IV} + 4m^4 \Delta M(z-a) = 0.$$

Учитывая сделанное ранее предположение о том, что $M_{n-1}(z)$ является решением уравнения изгиба балки на упругом основании, выражение в первой квадратной скобке тождественно равно нулю, а искомое уравнение примет вид

$$\Delta M^{IV}(z-a) + 4m^4 \Delta M(z-a) = 0. \quad (18)$$

Решение этого уравнения выразим также через функции А.Н.Крылова

$$\Delta M(z-a) = T_1 A_{mz}(z-a) + T_2 B_{mz}(z-a) + T_3 C_{mz}(z-a) + T_4 D_{mz}(z-a). \quad (19)$$

Последовательно дифференцируя выражение (19) и опуская индексы $m(z-a)$, указывающие на аргументы функций А.Н.Крылова, имеем:

$$\Delta Q = \frac{d\Delta M(z-a)}{dz} = -4mT_1D + mT_2A + mT_3B + mT_4C.$$

$$\Delta p = \frac{d\Delta Q(z-a)}{dz} = -4m^2T_1C - 4m^2T_2D + m^2T_3A + m^2T_4B.$$

$$\Delta p' = \frac{d\Delta p(z-a)}{dz} = -4m^3T_1B - 4m^3T_2C - 4m^3T_3D + m^3T_4A.$$

Определим значения констант интегрирования.

При $z=a$ в соответствии с (15) $A_0=1; \dots B_0=C_0=D_0=0$.

Отсюда имеем:

$$\Delta M_a = T_1;$$

$$\Delta Q_a = mT_2;$$

$$\Delta p_a = m^2T_3;$$

$$\Delta p'_a = m^3T_4;$$

$$T_1 = \Delta M_a;$$

$$T_2 = m^{-1}\Delta Q_a;$$

$$T_3 = m^{-2}\Delta p_a;$$

$$T_4 = m^{-3}\Delta p'_a.$$

или

где ΔM_a – скачок в изгибающих моментах в точке $z=a$;

- ΔQ_a – скачок в поперечных силах в точке $z=a$;
- Δp_a – скачок в интенсивности суммарной распределенной нагрузки в точке $z=a$;
- $\Delta p'_a$ – скачок в производной интенсивности суммарной распределенной нагрузки в точке $z=a$;

Под скачком будем понимать разность значений соответствующих величин бесконечно близко справа и бесконечно близко слева от данной точки.

Таким образом, для n -го участка константы интегрирования зависят от скачков изгибающего момента, поперечной силы, интенсивности суммарной распределенной нагрузки и производной суммарной распределенной нагрузки в начале участка, поэтому эти скачки называют начальными параметрами. Поэтому применяемый метод составления расчетных уравнений называют методом начальных параметров.

В итоге получим уравнение изгибающих моментов на n -м участке

$$M_n(z) = M_{n-1}(z) + \Delta M_a A_{m(z-a)} + \quad (20)$$

$$+ \frac{1}{m} \Delta Q_a B_{m(z-a)} + \frac{1}{m^2} \Delta p_a C_{m(z-a)} + \frac{1}{m^3} \Delta p'_a D_{m(z-a)}.$$

Уравнения для Q , p и p' получаются последовательным дифференцированием уравнения (20) с учетом правила дифференцирования функций А.Н. Крылова. Полученные уравнения могут быть записаны в матричной форме. Матричная форма позволяет записать их в компактной форме и удобна при программировании задач на ЭВМ.

Для определения неизвестных начальных параметров эти уравнения удобно представить в следующей форме

$$\tilde{\mathbf{R}}_n = \tilde{\mathbf{R}}_{n-1} + \bar{\Phi}_1 \Delta \tilde{\mathbf{R}}_a \quad (21)$$

или в развернутом виде:

$$\begin{vmatrix} M_n \\ Q_n \\ P_n \\ P'_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} M_{n-1} \\ Q_{n-1} \\ P_{n-1} \\ P'_{n-1} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} A & m^{-1}B & m^{-2}C & m^{-3}D \\ -4mD & A & m^{-1}B & m^{-2}C \\ -4m^2C & -4mD & A & m^{-1}B \\ -4m^3B & -4m^2C & -4mD & A \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \Delta M_a \\ \Delta Q_a \\ \Delta p_a \\ \Delta p'_a \end{vmatrix}.$$

При построении эпюр M , Q , p и p' удобнее применить иную форму

$$\tilde{\mathbf{R}}_n = \tilde{\mathbf{R}}_{n-1} + \bar{\Phi}_2 \{A \ B \ C \ D\}^T \quad (22)$$

или в развернутом виде:

$$\begin{vmatrix} M_n \\ Q_n \\ P_n \\ P'_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} M_{n-1} \\ Q_{n-1} \\ P_{n-1} \\ P'_{n-1} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \Delta M_a & m^{-1}\Delta Q_a & m^{-2}\Delta p_a & \Delta p'_a m^{-3} \\ \Delta Q_a & m^{-1}\Delta p_a & m^{-2}\Delta p'_a & -4m\Delta M_a \\ \Delta p_a & m^{-1}\Delta p'_a & -4m^2\Delta M_a & -4m\Delta Q_a \\ \Delta p'_a & -4m\Delta M_a & -4m^2\Delta Q_a & -4m\Delta p_a \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{vmatrix}.$$

Примечание: Индексы $m(z-a)$ у функций А.Н. Крылова опущены.

5. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Рассмотрим возможные условия в начале и в конце балок, а также на границах двух смежных участков.

5.1. Условия в начале балки на левом конце ($z=0$)

Для первого участка изгибающий момент на предыдущем участке всегда равен нулю: $M_{n-1}=0$. Возможные условия в начале балки представлены на рис.6.

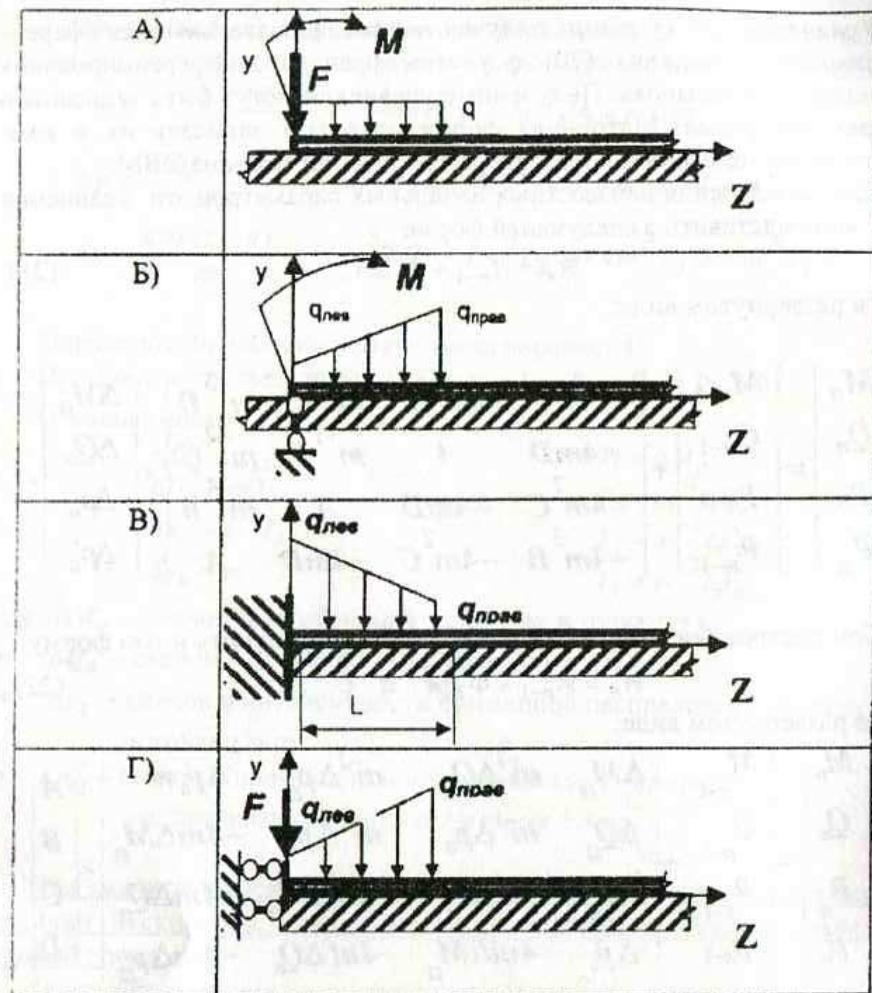


Рис.6. Возможные условия в начале балке при $z = 0$

Для **свободного края** (Рис.6А) известны поперечная сила и изгибающий момент, которые определяются из условий статики

$$\Delta Q_0 = Q_0 = F; \quad \Delta M_0 = M_0 = M;$$

неизвестными являются – прогиб y и угол поворота сечения, который в силу малости равен y' . В итоге неизвестными в начале балки будут величины скачков суммарной распределенной нагрузки $\Delta p_0 = \Delta q_0 - kb\Delta y_0$ и её производной $\Delta p'_0 = \Delta q'_0 - kb\Delta y'_0$. С учетом равенства нулю всех

величин левее нулевого сечения, начальные параметры будут равны:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta M_0 = M; \\ \Delta Q_0 = F; \\ \Delta p_0 = \Delta q_0 - kb\Delta y_0 = q_0 - kby_0 = ?; \\ \Delta p'_0 = \Delta q'_0 - kb\Delta y'_0 = q'_0 - kb y'_0 = ?; \end{array} \right. \quad (23)$$

В случае **шарнирного опирания** (Рис.6Б) при $z=0$ из условия статики скачок в изгибающем моменте будет равен приложенному моменту $\Delta M_0 = M$, а из кинематических соображений скачок в прогибе будет равен нулю, неизвестными при этом останутся скачок в поперечной силе, равный реакции в опоре, и скачок производной интенсивности суммарной нагрузки, зависящий от угла поворота y' : Начальные параметры составят:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta M_0 = M; \\ \Delta Q_0 = R = ?; \\ \Delta p_0 = \Delta q_0 - kb\Delta y_0 = -q_{\text{нк}}; \\ \Delta p'_0 = \Delta q'_0 - kb\Delta y'_0 = ?; \end{array} \right. \quad (24)$$

В случае **заделки** (Рис.6В) в начале координат известны кинематические условия: прогиб и угол поворота равны нулю ($y_0 = 0$; $y'_0 = 0$), а неизвестными являются реактивный момент и реакция в заделке R . Начальные параметры составят:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta M_0 = M = ?; \\ \Delta Q_0 = R = ?; \\ \Delta p_0 = \Delta q_0 - kb\Delta y_0 = -q_{\text{нк}} - 0 = -q_{\text{нк}}; \\ \Delta p'_0 = \Delta q'_0 - kb\Delta y'_0 = q' = \frac{-q_{\text{прав}} - (-q_{\text{лев}})}{L}, \end{array} \right. \quad (25)$$

* Почему $q_{\text{прав}}$ и $q_{\text{лев}}$ взяты со знаком «-».

На Рис.6Г представлен случай наличия деформационного шва на левом краю балки, который обеспечивает возможность перемещения по вертикали и устраняет возможность поворота. Определите значения начальных параметров для этого случая самостоятельно.

Анализ выражений (23)–(25) показывает, что в начале балки в случаях свободного края, шарнирного опирания или заделки равно 2 известных и ровно 2 неизвестных начальных параметра.

5.2. Условия на границе соседних участков

Перейдем теперь к рассмотрению условий на границе двух

соседних участков при $z=a$ (рис.7).

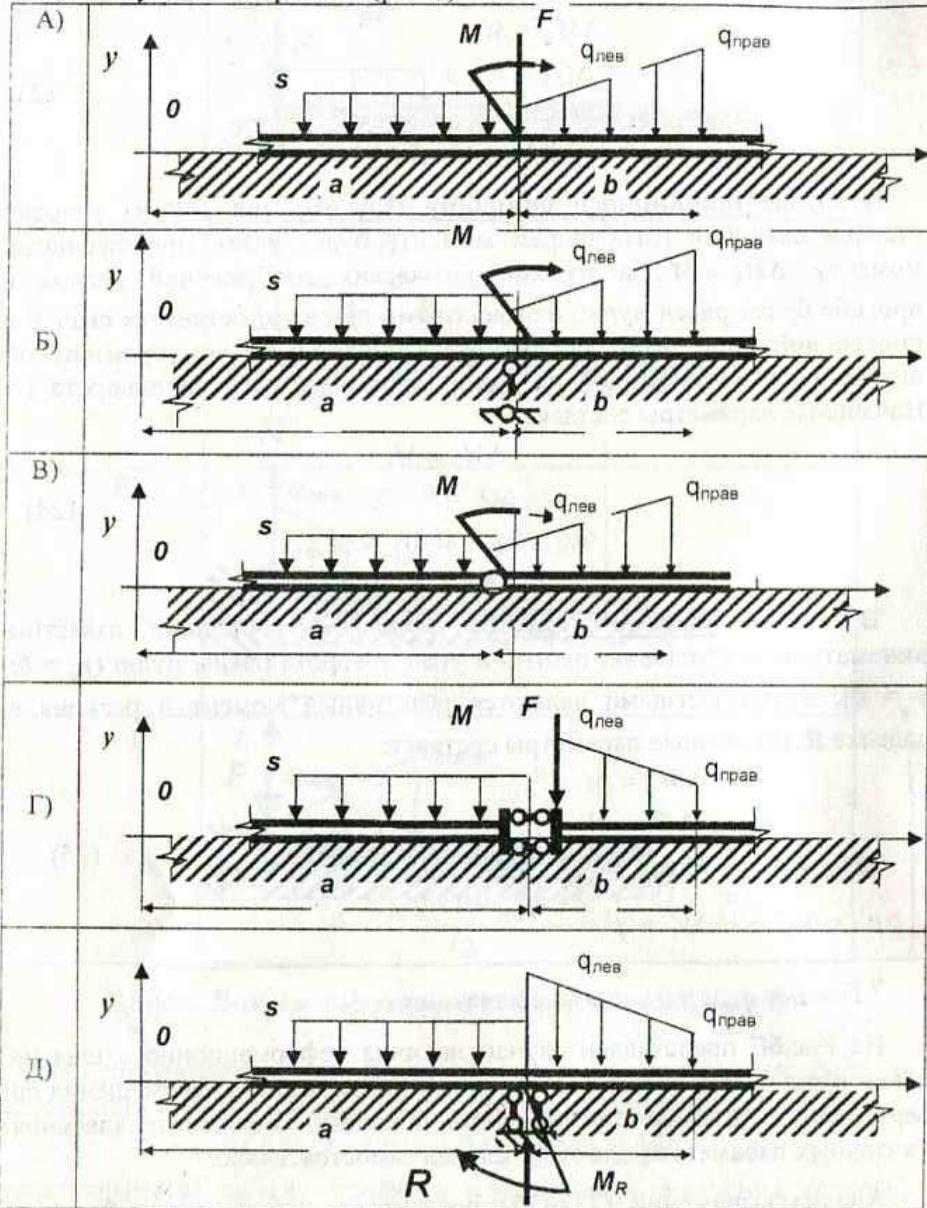


Рис. 7. Некоторые возможные условия на границе смежных участков

5.2.1. При жестком соединении участков и отсутствии опор (Рис.7А) из $\Delta y'_a = 0$ условия плавности оси , а

из условия неразрывности $\Delta y_a = 0$. Поэтому скачки интенсивности суммарной нагрузки и ее производной равны:

$$\Delta q = q_{a+dz} - q_{a-dz} \quad \text{и} \quad \Delta q' = q'_{a+dz} - q'_{a-dz}.$$

- Таким образом, в этом случае все начальные параметры известны: $\Delta M_a = M; \Delta Q_a = F; \Delta p_a = \Delta q_a = -q_{лев} - (-s); \Delta p'_a = \Delta q'_a$. (26)

5.2.2. При наличии на границе участков шарнирной опоры (Рис.7Б) неизвестным является скачок в поперечной силе, равный реакции этой опоры:

$$\Delta M_a = M; \Delta Q_a = R = ?; \Delta p_a = \Delta q_a = -q_{лев} - (-s); \Delta p'_a = \Delta q'_a. \quad (27)$$

Зато известным оказывается прогиб на опоре ($y_a = 0$), что позволяет составить дополнительное граничное условие:

$$p_{n-1}(a) = q_{n-1}(a) - kby_{n-1}(a) = q_{n-1}(a), \quad (28)$$

где $n-1$ – номер левого от опоры участка.

5.2.3. В случае шарнирного сочленения двух участков (Рис.7В) с учетом (26) неизвестным оказывается скачок в углах поворота сечений слева и справа от границы участков (нарушается плавность оси)

$$\Delta M_a = M; \Delta Q_a = F; \Delta p_a = \Delta q_a; \Delta p'_a = \Delta q'_a - kb\Delta y'_a = ? \quad (29)$$

При этом известным оказывается изгибающий момент. При отсутствии внешней пары или, если она приложена справа от границы участков

$$M_{n-1}(a) = 0, \quad (30)$$

где $n-1$ – номер левого участка. Если пара сил M_F , левее границы, граничное условие примет вид: $M_{n-1} = M_F$.

5.2.4. При наличии деформационного шва, позволяющего сечению слева независимо перемещаться по вертикали относительно сечения справа от шва (Рис.7Г), неизвестным оказывается скачок в прогибах ($\Delta y_a = ?$) (нарушается условие неразрывности). При этом начальные параметры оказываются равными:

$$\begin{aligned}\Delta M_a &= M; \\ \Delta Q_a &= F; \\ \Delta p_a &= \Delta q_a - kb \Delta y_a = ?; \\ \Delta p'_a &= \Delta q'_a.\end{aligned}\quad (31)$$

Зато известной оказывается поперечная сила. При отсутствии внешней силы или ее приложении справа от шва (т.е. границы участков) она равна

$$Q_{n-1}(a) = 0. \quad (32)$$

Если сила приложена левее границы, граничное условие примет вид

$$Q_{n-1}(a) = F.$$

5.3. Граничные условия на правом конце балки

Теперь рассмотрим условия на правом конце балки (рис. 8) при $z=L$. Условия для правого конца составляются аналогично условиям в начале балки при $z=0$. А именно:

- в случае свободного конца (рис. 8. А) известны статические условия:

- 1) $M_n(L) = M$;
- 2) $Q_n(L) = F$;

- при шарнирном опирании (шарнирной опоре) (рис. 8. Б) известны одно статическое и одно кинематическое условия:

- 1) $M_n(L) = M$;
- 2) $y_n(L) = 0$; откуда $p_n(L) = q_n(L)$;

- в случае заделки (рис. 8. В) известны два кинематических условия:

- 1) $y_n(L) = 0$; откуда $p_n(L) = q_n(L)$;
- 2) $y'_n(L) = 0$; откуда $p'_n(L) = q'_n(L)$;

- при наличии деформационного шва (рис. 8. Г) известно одно статическое и одно кинематическое условие:

- 1) 2) $Q_n(L) = F$;
- 2) $y'_n(L) = 0$; откуда $p'_n(L) = q'_n(L)$.

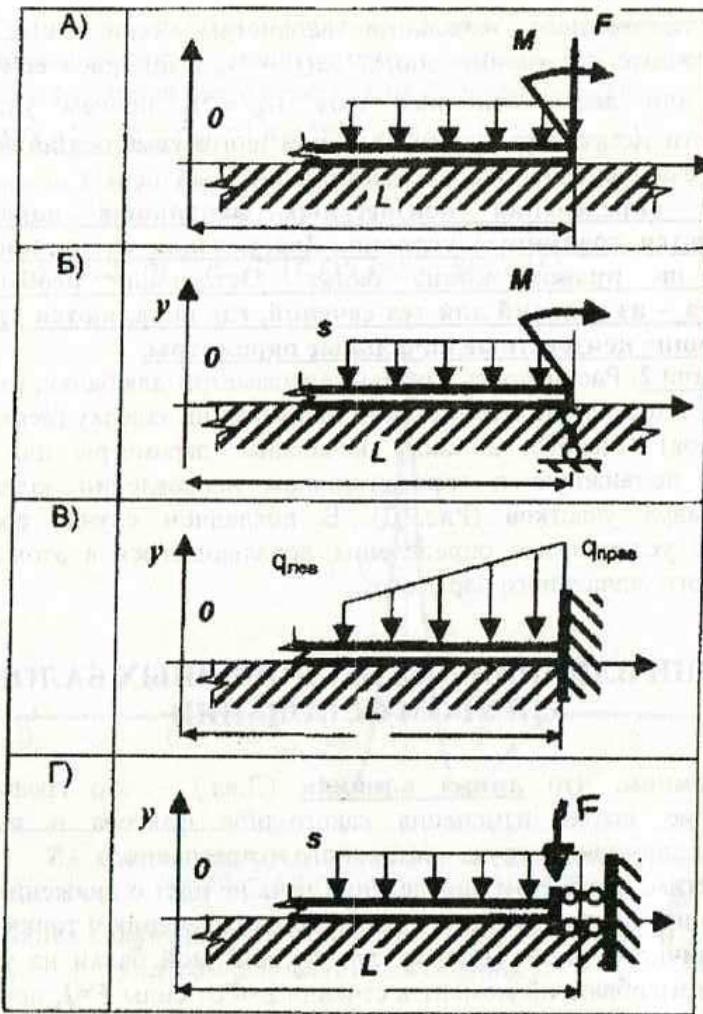


Рис. 8. Некоторые возможные условия для правого конца балки

Вывод: Таким образом, в каждом из рассмотренных случаев на правом конце балки известны две величины.

Резюмируя, отметим, что параметры $\Delta M_a, \Delta Q_a, \Delta p_a, \Delta p'_a$ служат для перехода с участка $(n-1)$ -го на (n) -й. В начале балки (при $z=0$) в случае свободного края, шарнирной опоры, или заделки появляются два неизвестных начальных параметра, но могут появиться и дополнительные.

тельные неизвестные начальные параметры, если балка имеет промежуточные шарнирные опоры ($\Delta Q_a = ?$), шарнирное сочленение ($\Delta y' = ?$) или деформационный шов ($\Delta y = ?$), причем указанные особенности могут встретиться по одной или в комбинации (опора + шарнирное сочленение; опоры + деформационный шов).

Для определения неизвестных начальных параметров составляются граничные условия. Два условия составляются из условий на правом конце балки. Остальные необходимые уравнения – из условий для тех сечений, где появляются третий и последующие неизвестные начальные параметры.

Задача 2. Рассмотреть начальные параметры для балки, имеющей в начале подвижную в вертикальном направлении заделку (деформационный шов) (Рис.6Г), а также начальные параметры для балки, имеющей подвижную в горизонтальном направлении заделку на границе двух участков (Рис.7Д). В последнем случае составить граничные условия для определения появляющегося в этом случае неизвестного начального параметра.

6. ЛИНИИ ВЛИЯНИЯ ДЛЯ БЕСКОНЕЧНЫХ БАЛОК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

Напомним, что линия влияния (Л.вл.) – это графическое изображение закона изменения какого-либо фактора в заданном сечении от единичного груза постоянного направления.

Заметим, что в этом определении речь не идет о движении груза, а лишь об изменении взаимного расположения сечения и точки приложения единичного груза. Поэтому для бесконечной балки на упругом основании изгибающий момент в сечении $z=0$ от силы $F=1$, приложенной в точке с координатой z (ордината линии влияния изгибающего момента в нулевом сечении) будет равен изгибающему моменту в сечении с координатой z от единичной силы $F=1$, приложенной в начале координат при $z=0$ (ордината эпюры изгибающего момента).

Иначе говоря, линия влияния изгибающего момента в сечении с координатой $z=0$, будет совпадать с эпюрой изгибающих моментов, но смысл ординат будет различным. Кроме того, они будут зеркально различаться относительно оси балки, поскольку на эпюре положительные ординаты откладываются вниз, а на линии влияния – вверх.

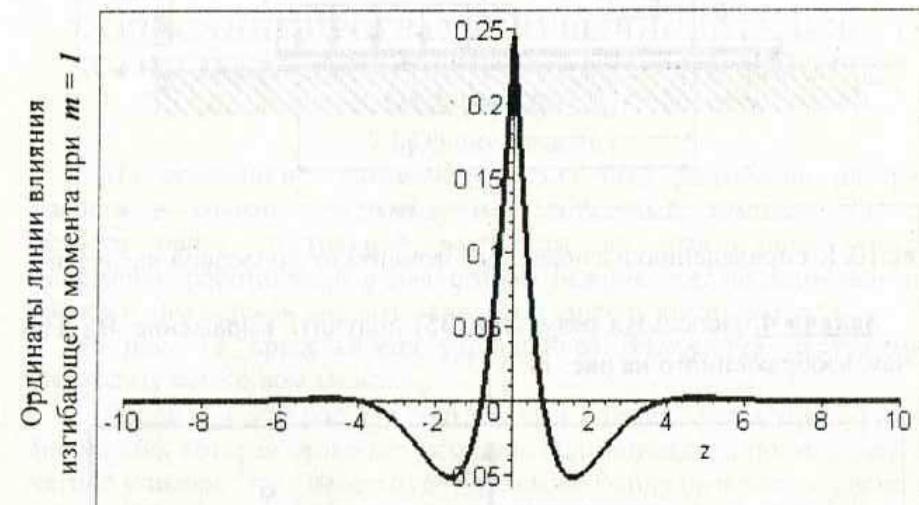
При построении учитываем симметрию обоих графиков. Для построения Л.вл. изгибающего момента в сечении с координатой $z=0$

воспользуемся результатами решения задачи 1 (решается студентами самостоятельно): изгибающий момент в сечении, расположенном на расстоянии z от точки приложения силы F , равен (рис. 3)

$$M(z) = 0,25m^{-1}Fe^{-mz}(\cos mz - \sin mz). \quad (33)$$

Приняв $F = 1$, получим уравнение Л.вл. изгибающего момента в сечении с координатой $z=0$ (рис. 9)

$$M(z) = 0,25m^{-1}e^{-mz}(\cos mz - \sin mz). \quad (34)$$



Z – координата точки приложения единичной силы $F=1$

Рис.9. Линия влияния изгибающего момента в бесконечной балке на упругом основании для сечения $z = 0$

Для определения изгибающего момента сечения $z = 0$ от постоянной по длине полосовой нагрузки (рис.10) необходимо проинтегрировать выражение (34) в пределах от a до b и результат умножить на интенсивность нагрузки q .

Для вычисления интеграла следует раскрыть скобки в подынтегральном выражении и первый член $e^{-mz} \cos mz$ проинтегрировать по частям:

$$M_0 = q\Omega = \int_a^b qMdz = \int_a^b q0,25m^{-1}e^{-mz}(\cos mz - \sin mz) = \\ = 0,25qm^{-2}e^{-bm}\sin mz \Big|_a^b = 0,25qm^{-2}[e^{-bm}\sin bm - e^{-am}\sin am] \quad (35)$$

Задача 3. Получить уравнение Л.вл изгибающего момента в сечении с координатой $z=a$.

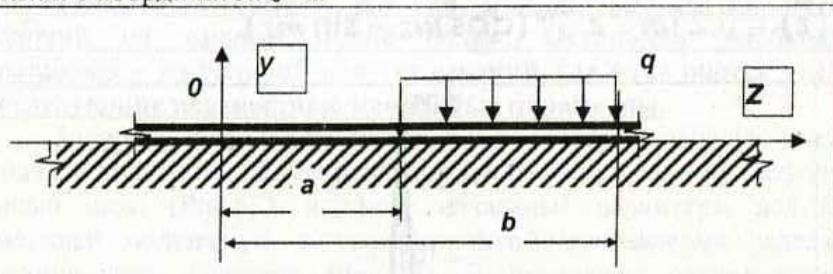


Рис.10. К определению изгибающего момента от полосовой нагрузки

Задача 4. Используя результат (35) получить выражение M_0 для случая, изображенного на рис. 11.

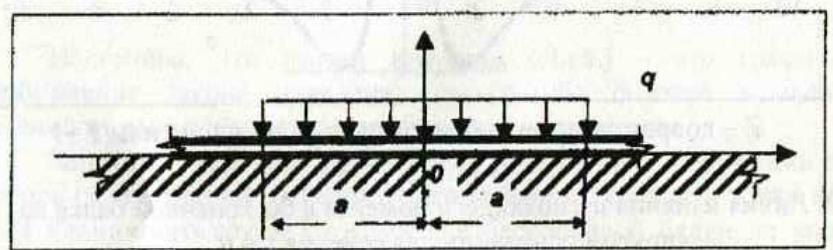


Рис.11. Условие задачи 3

Задача 5. Используя результат (35) получить выражение M_0 для случая, изображенного на рис.12.

Задача 6. Используя выражения (2) и (3) получить выражение Л.вл. для прогиба у балки на упругом основании в точке с координатой $z=0$.

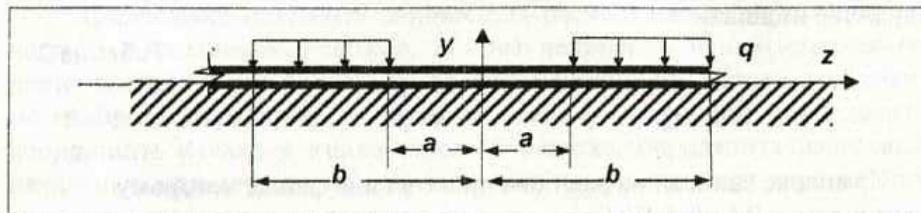


Рис.12. Условие задачи 5

7. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО КОМПЛЕКСА ДЛЯ РАСЧЕТА БАЛОК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

7.1 Общие сведения

На основании изложенной теории был разработан алгоритм расчета и создан программно-вычислительный комплекс [3] для расчета балок постоянной жесткости на однородном упругом основании, работающий в диалоговом режиме, т.е. пользователь при работе с ним должен вводить данные по запросу компьютера [4].

На рис. 13 представлена укрупненная блок-схема программно-вычислительного комплекса.

Перед началом расчета пользователь должен ввести учетную информацию, которая включает фамилию пользователя, а также номер зачетной книжки. Этот номер будет присвоен файлу на жестком диске, в который будут записаны результаты расчета. В случае необходимости результат может быть выведен на печать либо использован иным образом.

Особенностью комплекса является наличие блока тестирования знаний студентов. При тестировании, студент должен ответить на три вопроса, выбрав номер правильного ответа из предложенных компьютером.

При вводе исходных данных числа следует отделять пробелами и вместо десятичной запятой использовать десятичную точку, чтобы отделить целую часть числа от дробной части.

Для ввода больших и малых чисел рекомендуется использовать специальный формат с плавающей точкой. Например, число $2,3 \times 10^5$ можно представить как $2.3E+05$ или $23.E+04$ или $0.23E+06$. При выводе это число будет представлено как $.23E+06$ (первый ноль для экономии места будет опущен компьютером). Разделителем мантиссы (2.3) и порядка (+05) является прописная латинская буква E .

При разработке комплекса используемым величинам присвоены

следующие индексы:

$$\begin{array}{ll} 1 - M; & 3 - p; \\ 2 - Q; & 4 - p'. \end{array}$$

Таблица 2

Комплекс записан на жестком диске в виде файла, которому присвоено имя BALKA.EXE.

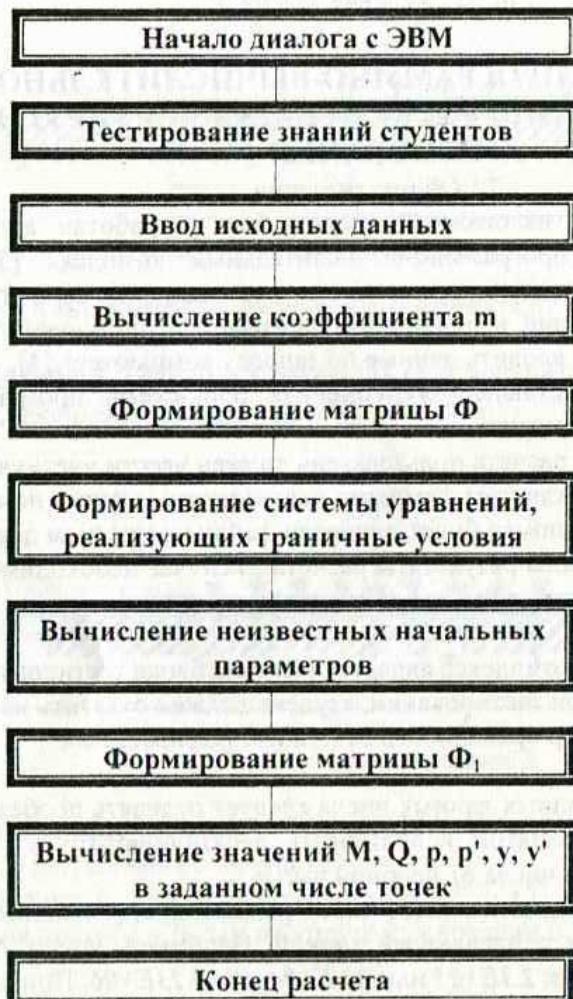


Рис.13. Укрупненная блок-схема программно-вычислительного комплекса для расчета балок на упругом основании

Подготовка исходных данных для расчета начинается с анализа нагрузок, выделения участков, замены нелинейно изменяющихся по длине распределенных нагрузок кусочно-линейными. Далее необходимо выбрать стандартным образом систему координат, определить координаты начала и конца каждого участка, определить известные начальные параметры и составить граничные условия для определения неизвестных начальных параметров.

Затем для ускорения работы с ЭВМ желательно подготовить исходные данные строго в определенном порядке и занести их в специальную форму (см. рис. 15, 17 и 18). Для этой же цели можно воспользоваться тетрадной бумагой в клетку.

7.2 Порядок и примеры подготовки информации для ввода в ЭВМ:

1. K, b, E, I .
2. Количество участков
3. Координата начала 1-го участка и число известных начальных параметров для этой точки.
4. Индексы и значения известных начальных параметров (см. Табл.2).
5. (Если участков несколько – повторить ввод в той же последовательности для второго и последующих участков)
6. Координата правого конца первого участка и количество граничных условий для этой точки (если граничные условия для данной точки сформулировать нельзя, для количества граничных условий необходимо ввести нуль.)
7. Если для этой точки сформулированы граничные условия, необходимо ввести индексы и значения соответствующих величин.
8. В той же последовательности повторяем ввод для второго и последующих участков.
9. Вводим число промежуточных точек для первого участка, в которых ЭВМ будет вычислять значения ординат эпюра изгибающих моментов, поперечных сил, прогибов, углов поворота, интенсивности активной распределенной нагрузки (по умолчанию, компьютер вычисляет эти значения только в начале и конце каждого участка).
10. Число промежуточных точек для второго и последующего участков.
11. Интенсивность активной распределенной нагрузки в начале и в конце каждого участка (нагрузка направленная вверх считается

положительной, а направленная вниз – отрицательной)

Пример 2.

Подготовить исходные данные для расчета балки, представленной на рис. 14: ширина поперечного сечения $b = 0,6 \text{ м}$; модуль упругости (Юнга) материала балки $E = 2 \times 10^7 \text{ кН/м}^2$; момент инерции поперечного сечения балки $I=0,0032 \text{ м}^4$; коэффициент постели основания $k=40 \text{ кН/м}^3$.

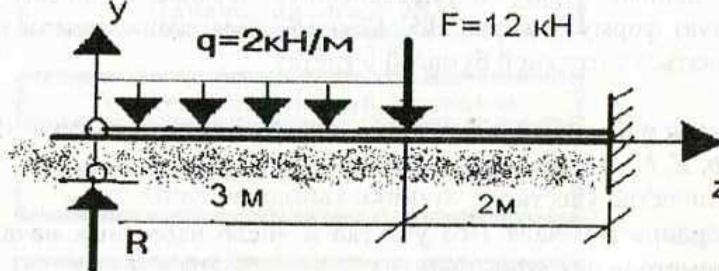


Рис. 14. Условия для примера 2

Для первого участка ($a = 0$), начальные параметры равны:

$$\Delta M_0 = 0; \quad (36)$$

$$\Delta Q_0 = R = ?;$$

$$\Delta p_0 = \Delta q_0 - kb\Delta y_0 = -2 \text{ кН/м}; \quad (35)$$

$$\Delta p'_0 = \Delta q'_0 - kb\Delta y'_0 = ?$$

Для второго участка ($a=3$) и начальные параметры равны:

$$\Delta M_3 = 0 \text{ кНм}; \quad \Delta Q_3 = -12 \text{ кН}; \quad \Delta p_3 = 2 \text{ кН/м}; \quad \Delta p'_3 = 0 \text{ кН/м}^2. \quad (37)$$

Координата правой границы первого участка равна $z=3$. Для этой точки отсутствуют граничные условия.

Координата правой границы второго участка равна $z=5$. Для этой точки граничные условия имеют вид:

$$1) \text{ при } z = 5 \text{ м: } y = 0 \Rightarrow p_s = 0;$$

$$2) \text{ при } z = 5 \text{ м: } y' = 0 \Rightarrow p'_s = 0. \quad (38)$$

Интенсивность активной распределенной нагрузки в начале и в конце первого участка равна -2 и -2 соответственно; для второго участка эти значения равны 0 .

Оформление исходных данных представлено на рис.15.

	k, b, E, J	
2	Количество участков	
0 2	Координата начала 1-го участка, число известных начальных параметров	
1 0	Индекс и значение первого известного начального параметра	
3 - 2	Индекс и значение второго известного начального параметра	
3 4	Координата начала 2-го участка, число известных начальных параметров	
1 0	Индекс и значение первого известного начального параметра	
2 - 1 2	Индекс и значение второго известного начального параметра	
3 2	Индекс и значение третьего известного начального параметра	
4 0	Индекс и значение четвертого известного начального параметра	
3 0	Координата конца 1-го участка и число граничных условий в этой точке	
5 2	Координата конца 2-го участка и число условий в этой точке	
3 0	Индекс и значение первой известной величин (p)	
4 0	Индекс и значение второй известной величины (p')	
5	Число промежуточных точек на 1-ом участке	
3	Число промежуточных точек на 2-ом участке	
- 2 - 2	Интенсивность активной нагрузки в начале и конце 1-го участка	
0 0	Интенсивность активной нагрузки в начале и конце 2-го участка	

Рис.15. Исходные данные для примера 2 расчета балки на упругом основании

Пример 3.

Подготовить исходные данные для расчета балки, представленной на рис.16 при тех же числовых данных, что и в примере 2 (ширина поперечного сечения $b = 0,6$ м; модуль упругости (Юнга) материала балки $E = 2 \times 10^7$ кН/м²; момент инерции поперечного сечения балки $I=0,0032$ м⁴; коэффициент постели основания $k=40$ кН/м³).

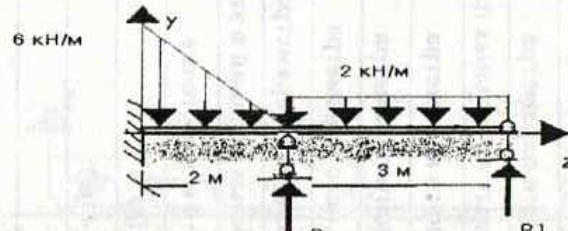


Рис. 16. Условия для примера 3

Определим производную интенсивности суммарной распределенной нагрузки на первом участке как тангенс угла наклона касательной к графику функции:

$$q'_1 = \frac{0 - (-6)}{2} = 3 \text{ кН / м}^2$$

Для первого участка ($a = 0$), начальные параметры равны:

$$\begin{aligned} \Delta M_0 &=? \\ \Delta Q_0 &= R = ?; \end{aligned} \quad (36)$$

$$\Delta p_0 = \Delta q_0 - kb\Delta y_0 = -6 \text{ кН/м}; \quad (35)$$

$$\Delta p'_0 = \Delta q'_0 - kb\Delta y'_0 = 3 \text{ кН/м}^2$$

Начальные параметры для второго участка ($a = 2$) составят:

$$\Delta M_2 = 0;$$

$$\Delta Q_2 = ?;$$

$$\Delta p_2 = -2 \text{ кН/м};$$

$$\Delta p'_2 = 0 - (-3) = 3 \text{ кН/м}^2.$$

Как видим появился третий неизвестный начальный параметр.

3) граничных условий станет три и они примут следующий вид:

- 1) при $z = 5$: $M_{II} = 0$ кНм;
- 2) при $z = y_{II} = 0 \Rightarrow p_{II} = -2$ кН/м;
- 3) при $z = 2$: $y_I = 0 \Rightarrow p_I = 0$ кН/м

Интенсивность активной нагрузки в начале и в конце участка №1 составит -6 кН/м и 0 , а на участке №2 -2 и -2 кН/м, соответственно.

Оформление исходных данных представлено на рис.17.

				k, b, E, J
2	1	Количество участков		
3	2	Координата начала 1-го участка, число известных начальных параметров		
3	6	Индекс и значение первого известного начального параметра (Δp)		
4	2	Индекс и значение второго известного начального параметра ($\Delta p'$)		
2	3	Координата начала 2-го участка, число известных начальных параметров		
4	0	Индекс и значение первого известного начального параметра (ΔM)		
3	2	Индекс и значение второго известного начального параметра (Δp)		
4	2	Индекс и значение третьего известного начального параметра ($\Delta p'$)		
2	4	Координата конца 1-го участка и число граничных условий в этой точке		
3	0	Индекс и значение известной величины (p)		
5	2	Координата конца 2-го участка и число граничных условий в этой точке		
4	0	Индекс и значение первой известной величины (M)		
3	2	Индекс и значение второй известной величины (p)		
3		Число промежуточных точек на 1-ом участке		
5		Число промежуточных точек на 2-ом участке		
-6	0	Интенсивность активной нагрузки в начале и конце 1-го участка		
-2	2	Интенсивность активной нагрузки в начале и конце 2-го участка		

Рис.17. Исходные данные для примера № 3 расчета балки на упругом основании

На рисунке 18 приведен бланк ведомости для подготовки исходных данных для расчета на ЭВМ расчетно-графической работы.

Параметр	Значение
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	

Рис. 18. Бланк для подготовки исходных данных

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Контрольные вопросы по теме «Балка на упругом основании»

1. Физический смысл гипотезы Винклера
2. Положительное направление прогибов.
3. Правило знаков для изгибающих моментов.
4. Правило знаков для поперечной силы.
5. Правило знаков для поперечной нагрузки.
6. Выбор положительного направления оси z .
7. Выбор начала системы координат.
8. Вывод уравнения для суммарной распределенной нагрузки.
9. Вывод уравнения поперечных сил.
10. Определение скачков изгибающих моментов, поперечных сил и интенсивности распределенной нагрузки и ее производной.
11. Правило знаков для скачков в изгибающих моментах.
12. Скачок в какой величине обязательно отличен от нуля в точке балки, где имеется шарнирная опора?
13. Каково общее количество неизвестных начальных параметров?
14. Какой знак имеет скачок в производной интенсивности распределенной нагрузки, если справа от некоторой точки она возрастает, а слева от нее – убывает с ростом z ?
15. Какой знак имеет скачок в интенсивности распределенной нагрузки, если слева от некоторой точки она направлена вниз, а справа – вверх?
16. Скачок в какой величине обязательно равен нулю, если в некоторой точке балки имеется шарнир?
17. Сколько известных и неизвестных начальных параметров в начале балки?
18. Могут ли быть иметься неизвестные параметры на границе участков?
19. Скачок в какой величине обязательно отличен от нуля в точке балки, где приложена сосредоточенная сила?
20. Из каких условий находят неизвестные начальные параметры?
21. Какое граничное условие составляют для точки, в которой имеется шарнирная опора?
22. Какое граничное условие составляют для точки, в которой имеется деформационный шов?
23. Какие граничные условия составляются для правого конца балки, где имеется заделка?
24. Какие граничные условия составляются для правого конца балки, если там имеется шарнирное опирание?

Приложение 2

Значения функций А.Крылова для расчета балок конечной длины на упругом основании

Таблица 3

mz	A (mz)	B (mz)	C (mz)	D (mz)
0.00	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.10	0.99998	0.10000	0.00500	0.00017
0.20	0.99973	0.19999	0.02000	0.00133
0.30	0.99865	0.29992	0.04500	0.00450
0.40	0.99573	0.39966	0.07998	0.01067
0.50	0.98958	0.49896	0.12491	0.02083
0.60	0.97841	0.59741	0.17974	0.03598
0.70	0.96001	0.69440	0.24435	0.05710
0.80	0.93180	0.78908	0.31854	0.08517
0.90	0.89082	0.88033	0.40205	0.12112
1.00	0.83373	0.96671	0.49445	0.16587
1.10	0.75683	1.04642	0.59517	0.22029
1.20	0.65610	1.11728	0.70344	0.28516
1.30	0.52722	1.17670	0.81825	0.36119
1.40	0.36558	1.22164	0.93830	0.44898
1.50	0.16640	1.24857	1.06197	0.54897
1.60	-0.07526	1.25350	1.18728	0.66143
1.70	-0.36441	1.23193	1.31179	0.78640
1.80	-0.70603	1.17887	1.43262	0.92367
1.90	-1.10492	1.08882	1.54633	1.07269
2.00	-1.56563	0.95582	1.64895	1.23257
2.10	-2.09224	0.77350	1.73585	1.40196
2.20	-2.68822	0.53506	1.80178	1.57904
2.30	-3.35618	0.23345	1.84076	1.76142
2.40	-4.09766	-0.13862	1.84612	1.94607
2.50	-4.91284	-0.58854	1.81044	2.12927
2.60	-5.80028	-1.12360	1.72557	2.30652
2.70	-6.75655	-1.75089	1.58264	2.47245
2.80	-7.77590	-2.47702	1.37210	2.62079
2.90	-8.84987	-3.30789	1.08375	2.74428
3.00	-9.96690	-4.24843	0.70686	2.83459
3.10	-11.11187	-5.30221	0.23029	2.88233
3.20	-12.26568	-6.47110	-0.35742	2.87695
3.30	-13.40479	-7.75486	-1.06776	2.80676
3.40	-14.50074	-9.15062	-1.91212	2.65893

mz	A (mz)	B (mz)	C (mz)	D (mz)
3.50	-15.51972	-10.65244	2.90143	2.41950
3.60	-16.42213	-12.25069	-4.04583	2.07347
3.70	-17.16216	-13.93146	-5.35432	1.60486
3.80	-17.68744	-15.67596	-6.83425	0.99689
4.00	-17.84986	-19.25238	-10.32651	-0.70725
4.10	-17.34730	-21.01601	-12.34035	-1.83912
4.20	-16.35054	-22.70538	-14.52724	-3.18109
4.30	-14.77216	-24.26674	-16.87716	-4.75001
4.40	-12.51820	-25.63729	-19.37424	-6.56143
4.50	-9.48885	-26.74453	-21.99585	-8.62901
4.60	-5.57936	-27.50573	-24.71161	-10.96375
4.70	-0.68122	-27.82745	-27.48235	-13.57317
4.80	5.31623	-27.60533	-30.25898	-16.46042
4.90	12.52387	-26.72387	-32.98145	-19.62317
5.00	21.05034	-25.05659	-35.57757	-23.05251
5.10	30.99920	-22.46638	-37.96201	-26.73164
5.20	42.46551	-18.80616	-40.03519	-30.63454
5.30	55.53181	-13.91993	-41.68237	-34.72449
5.40	70.26354	-7.64427	-42.77286	-38.95247
5.50	86.70384	0.18975	-43.15928	-43.25560
5.60	104.86760	9.75397	-42.67724	-47.55539
5.70	124.73500	21.22008	-41.14509	-51.75606
5.80	146.24400	34.75572	-38.36423	-55.74280
5.90	169.28270	50.51991	-34.11966	-59.38012
6.00	193.68050	68.65761	-28.18112	-62.51027
6.10	219.19910	89.29343	-20.30485	-64.95176
6.20	245.52270	112.52430	-10.23591	-66.49815
6.30	272.24740	138.41140	2.28859	-66.91709
6.40	298.87160	166.97050	17.53547	-65.94969
6.50	324.78430	198.16210	35.77048	-63.31039
6.60	349.25540	231.87940	57.25213	-58.68737
6.70	371.42480	267.93650	82.22441	-51.74360
6.80	390.29290	306.05440	110.90820	-42.11875
6.90	404.71160	345.84690	143.49120	-29.43196
7.00	13.37720	386.80510	180.11650	-13.28572
7.10	414.82440	428.28180	220.86960	6.72899
7.20	407.42300	469.47510	265.76350	31.02627
7.30	389.37750	509.41170	314.72280	60.01727
7.40	358.73020	546.93070	367.56540	94.10036

Условия РГР по теме: «Расчет балок на упругом основании»

mz	A (mz)	B (mz)	C (mz)	D (mz)
7.50	313.36830	580.66740	423.98300	133.64960
7.60	251.03670	609.03880	483.52020	179.00110
7.70	169.35600	630.22980	545.55160	230.43690
7.80	65.84769	642.18240	609.25840	288.16740
7.90	-62.03311	642.58700	673.60330	352.31000
8.00	-216.85590	628.87770	737.30550	422.86680
8.10	-401.16360	598.23290	798.81450	499.69820
8.20	-617.41150	547.58000	856.28550	582.49570
8.30	-867.89040	473.60880	907.55390	670.74960
8.40	-1154.6430	372.79170	950.11300	763.71730
8.50	-1479.3620	241.41330	981.09390	860.38730
8.60	-1843.2750	75.61108	997.24850	959.44300
8.70	-2247.0170	-128.57170	994.93690	1059.22300
8.80	-2690.4820	-375.11930	970.12180	1157.68100
8.90	-3172.6630	-667.96190	918.36940	1252.35000
9.00	-3691.4720	-1010.87600	834.85960	1340.29800
9.10	-4243.5540	-1407.37000	714.40700	1418.09200
9.20	-4824.0700	-1860.54000	551.49470	1481.76500
9.30	-5426.4850	-2372.92000	340.32300	1526.78300
9.40	-6042.3330	-2946.29200	74.87482	1548.02100
9.50	-6660.9740	-3581.48600	-250.99960	1539.74400
9.60	-7269.3530	-4278.15200	-643.47580	1495.60000
9.70	-7851.7500	-5034.50000	-1108.62500	1408.62500
9.80	-8389.5410	-5847.02500	-1652.25500	1271.25800
9.90	-8860.9610	-6710.20600	-2279.72500	1075.37800

Для студентов, обучающихся по специальностям эколого-мелиоративного факультета, предлагается в качестве расчетно-графической работы решить задачу с двумя участками.

Для студентов Строительного факультета, обучающихся по специальностям «Промышленное и гражданское строительство» и «Гидротехническое строительство», предлагается решить задачу с четырьмя участками.

Цель задания: изучение методики расчета балок на упругом основании на основе гипотезы Винклера и решения дифференциальных уравнений при помощи метода начальных параметров.

Для индивидуализации заданий каждому студенту присваивается личный шифр, в соответствии с которым студент выбирает расчетную схему и числовые значения данных для расчета – размеров сооружения, нагрузок, физико-механических характеристик материала балки и упругого основания.

В качестве индивидуального шифра предлагается использовать три последние цифры зачетной книжки студента, например: № зачетной книжки 20678, тогда шифр будет «678», причем первая цифра шифра – 6, вторая – 7, а третья – 8.

Этот же номер предлагается использовать в качестве номера файла (по запросу ЭВМ), в который будет записан результат расчета.

Задание: Для расчетной схемы, приведенной в табл.7.— для студентов Эколого-мелиоративного факультета (рис. 19-23), и в табл.8 — для студентов Строительного факультета (рис. 24-33), при условиях, соответствующих индивидуальному шифру студента, требуется:

1. Определить характеристики балки на упругом основании.
2. Определить начальные параметры для каждого участка балки.
3. Выписать уравнения изгибающих моментов балки по участкам.
4. Составить граничные условия для определения неизвестных начальных параметров и выписать их в развернутом виде.
5. Подготовить исходные данные для расчета на ЭВМ.
6. Рассчитать балку при помощи готовой компьютерной программы.
7. По результатам расчета построить эпюры изгибающих моментов, поперечных сил и прогибов.
8. Проверить соответствие этих эпюр друг другу и заданным нагрузкам и установить зоны, в которых гипотеза Винклера не работает.

Таблица 6

Цифра шифра №3	<i>b</i> , м	<i>d</i> , м	<i>F</i> , кН	<i>h</i> , м
0	2	1,3	1	0,2
1	2,4	1,5	2	0,25
2	2,8	1,8	3	0,3
3	3,2	2,0	4	0,35
4	3,2	2,2	5	0,40
5	3,6	2,5	6	0,45
6	4	2,7	7	0,5
7	4,4	3	8	0,55
8	4,8	3,2	9	0,6
9	5,2	3,4	10	0,65

Таблица 4

Цифра шифра №1	<i>s</i> , кН/м	<i>E</i> , кН/м ²
0	0,5	1×10^8
1	0,6	2×10^8
2	0,7	3×10^8
3	0,8	4×10^8
4	0,9	5×10^8
5	1,0	6×10^8
6	1,1	7×10^8
7	1,2	8×10^8
8	1,3	9×10^8
9	1,4	1×10^9

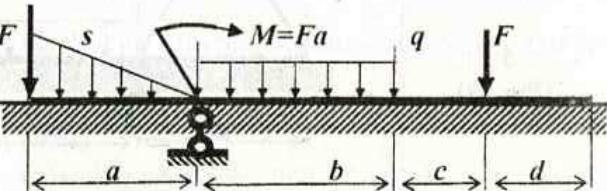
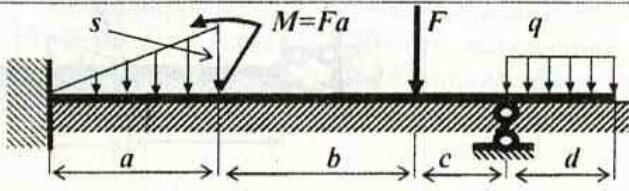
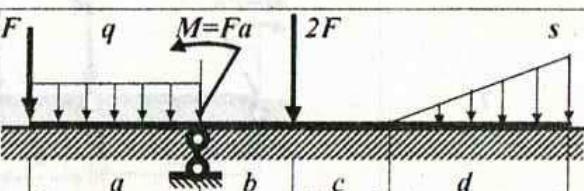
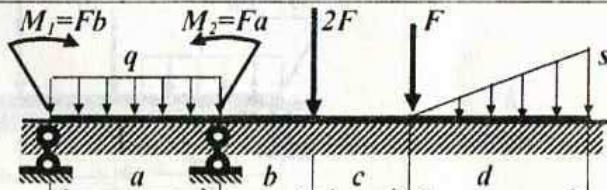
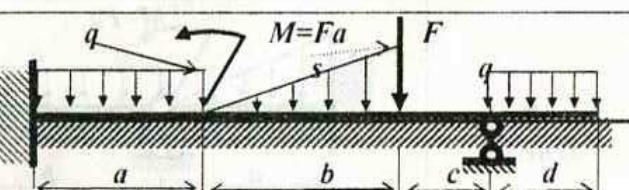
Таблица 5

Цифра шифра №2	<i>a</i> , м	<i>c</i> , м	<i>q</i> , кН/м	<i>k</i> , кН/куб.м	Закрепление правого конца балки
0	1,0	1,1	0,4	1×10^5	Шарнирная опора
1	1,2	1,3	0,6	9×10^4	Свободный конец
2	1,4	1,5	0,8	8×10^4	Заделка
3	1,6	1,7	1	7×10^4	Плавающая заделка
4	1,6	1,9	1,2	6×10^4	Шарнирная опора
5	1,8	2,1	1,4	5×10^4	Свободный конец
6	2,0	2,3	1,6	4×10^4	Заделка
7	2,2	2,5	1,8	3×10^4	Шарнирная опора
8	2,4	2,7	2	2×10^4	Свободный конец
9	2,6	2,9	2,2	1×10^4	Заделка

Исходные данные для расчета:

Ширину балки для всех вариантов принять равной 0,6 м.

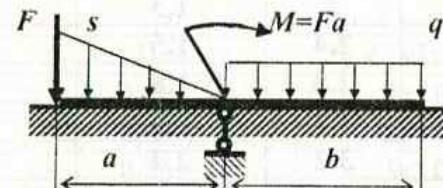
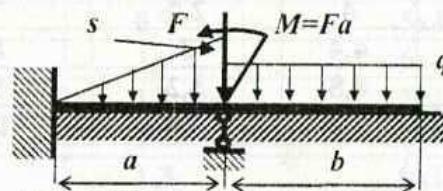
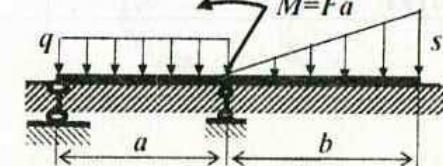
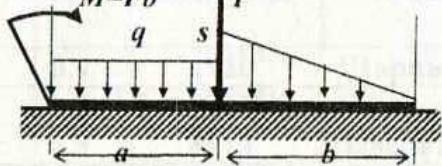
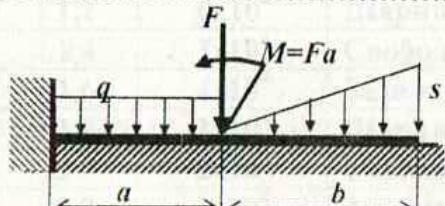
Таблица 8

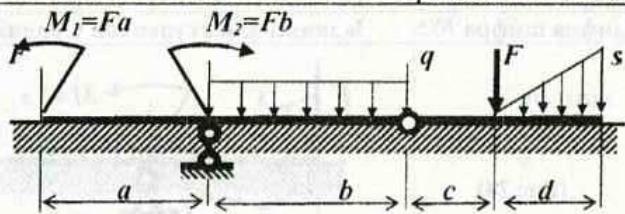
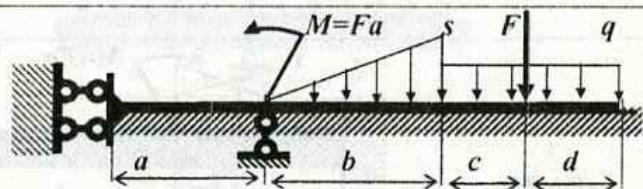
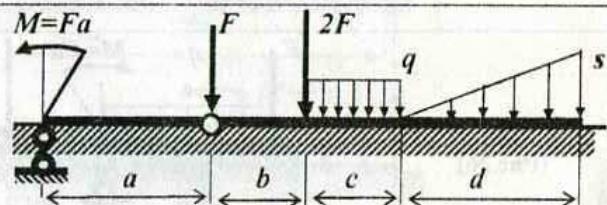
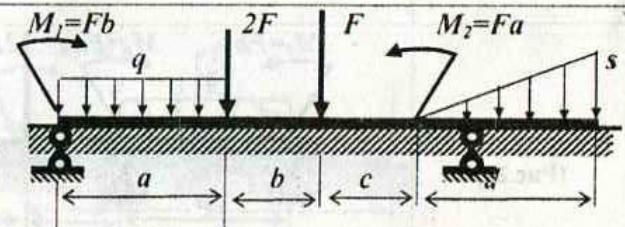
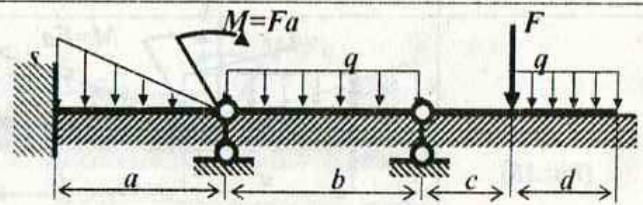
Цифра шифра №3	Задания для студентов Строительного факультета
0 (Рис.24)	
1 (Рис.25)	
2 (Рис.26)	
3 (Рис.27)	
4 (Рис.28)	

Варианты заданий

Таблица 7

Цифра шифра №3: Для студентов Эколого-мелиоративного факультета

0 и 5
(Рис.19)1 и 6
(Рис.20)2 и 7
(Рис.21)3 и 8
(Рис.22)4 и 9
(Рис.23)

5
(Рис.29)6
(Рис.30)7
(Рис.31)8
(Рис.32)9
(Рис.33)**Библиографический список**

1. Киселев В.А.. Балки и рамы на упругом основании. – М.-Л.: ОНТИ, 1936.
2. Виноградов С.В. Расчет подземных труб на прочность. Учебное пособие. – М.: МГМИ. 1980.
3. Грунд Ф. Программирование на языке ФОРТРАН IV. – М.: Изд-во «Мир», 1976
4. Голышев А.И. Комбинированный тестово-вычислительный комплекс для расчета балок, лежащих на упругом основании. // Тезисы докладов Второй Всероссийской конференции «Развитие системы тестирования в России» 23-24 ноября, часть 4, М.: Прометей, 2000. – с.105-107

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГИПОТЕЗА ВИНКЛЕРА. ЕЕ ДОСТОИНСТВА И НЕДОСТАТКИ	3
2. ВЫВОД ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ИЗГИБА	4
3. РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ БЕСКОНЕЧНОЙ И ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ БАЛКИ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ	6
4. РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ БАЛОК КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ	7
4.1. Функции А.Н. Крылова	7
4.2. Свойства функций А.Н. Крылова.....	8
4.3. Метод начальных параметров.....	8
5. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ	11
5.1. Условия в начале балки на левом конце ($z=0$)	11
5.2. Условия на границе соседних участков.....	13
5.3. Границные условия на правом конце балки	16
6. ЛИНИИ ВЛИЯНИЯ ДЛЯ БЕСКОНЕЧНЫХ БАЛОК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ	18
7. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО КОМПЛЕКСА ДЛЯ РАСЧЕТА БАЛОК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ	21
7.1 Общие сведения.....	21
7.2 Порядок и примеры подготовки информации для ввода в ЭВМ:	23
ПРИЛОЖЕНИЯ	29
Приложение 1 Контрольные вопросы по теме «Балка на упругом основании»	29
Приложение 2 Значения функций А.Крылова для расчета балок конечной длины на упругом основании	30
Приложение 3 Условия РГР по теме: «Расчет балок на упругом основании»	33
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	39

taskelp.ru /theory/
/сборник/31.htm



136943

* * *
Александр Иванович Гольшев

РАСЧЕТ БАЛОК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭВМ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

(3-е изд., дополненное)

Набор и компьютерная верстка автора

Подписано в печать 18.06.2010 г. Т. – 250 экз. Формат 16x84/16.

Объем 2,6 уч.-изд. л. Печать ротационно-трафаретная.

Бумага офисная. Цена договорная. Заказ № 423

Редакционно-издательский отдел МГУП

Отпечатано в лаборатории множительной техники МГУП

127550, Москва, ул. Прянишникова, 19